B-1/ h est dérivable et strictement monotone sur un intervalle I
$\Rightarrow$ h(I) est un intervalle.
h est dérivable sur I $\Rightarrow$ h est continue sur I
$\Rightarrow h^{-1}$ est continue sur h(I)
$\Rightarrow h^{-1}$ admet des primitives sur h(I).

b- H est une primitive de h^{-1} sur h(I)
$\Rightarrow$ H est dérivable sur h(I) et $\forall x \in h(I)$ on a $H'(x)= h^{-1}(x)$.
Ainsi: h est dérivable sur I et H est dérivable sur h(I)
$\Rightarrow$Hoh est dérivable sur I
• $\forall x \in I; (H \circ h)'(x)=h'(x) \times H'[h(x)]=h'(x) \times h^{-1}[h(x)]=xh'(x)$
Conclusion : Hoh est une primitive sur I de la fonction $(x \mapsto xh'(x))$

c- Soit (α, β) un couple de I^2
• $\int_{h(\alpha)}^{h(\beta)} h^{-1}(t)dt = [H(t)]_{h(\alpha)}^{h(\beta)} = H(h(\beta)) - H(h(\alpha))$.
• $\int_{\alpha}^{\beta} th'(t)dt = [H \circ h(t)]_{\alpha}^{\beta} = H(h(\beta)) - H(h(\alpha))$.
Alors $\int_{h(\alpha)}^{h(\beta)} h^{-1}(t)dt = \int_{\alpha}^{\beta} th'(t)dt$.

2/a- •$f(0) = Log(1) = 0$
• $f\left(\frac{(e-1)^2}{e}\right)=f\left(\frac{e^2-2e+1}{e}\right)=f(e^1-2+e^{-1})=f(g(1)) = 1$.

b- Nommons A l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la par la courbe (C) et les droites d'équations $x=\frac{(e-1)^2}{e}$ et y=0.
$\Rightarrow A=\int_0^{\frac{(e-1)^2}{e}} f(t)dt=\int_{g(0)}^{g(1)} g^{-1}(t)dt$ car f est la réciproque de g
$= \int_0^1 tg'(t)dt = \int_0^1 t(e^t - e^{-t})dt$ d'après **B-1/c-**
$\begin{pmatrix} u'(t) = e^t - e^{-t} & \Rightarrow & u(t) = e^t + e^{-t} \\ v(t) = t & \Rightarrow & v'(t) = 1 \end{pmatrix}$
$= \left[[t(e^t + e^{-t})]_0^1 - \int_0^1 (e^t + e^{-t})dt\right]$
$= e + e^{-1} - [e^t - e^{-t}]_0^1 = e + e^{-1} - e + e^{-1} = \frac{2}{e}$.

C-1/a- $\forall x \in IR^+ \quad Log(x+1) \leq f(x) \leq Log(x+2)$
$\Leftrightarrow x+1 \leq \frac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{2} \leq x+2$.
Or $x^2 \leq x^2 + 4x \leq x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$